Глоссарий

1. **Граф** – упорядоченная пара двух множеств G={V,E}, где V={a,b,c,d,…} – множество вершин, E – множество ребер, т.е. неупорядоченных пар, может быть одинаковых, элементов множества V.

Если в множестве E имеются совпадающие пары, то говорят о наличии кратных ребер. Если в множестве E имеются пары одинаковых элементов, то говорят о наличии петель.

Граф называется **простым**, если у него нет петель и кратных ребер.

2. **Вершины** u и v называются **смежными**, если в множестве E имеется пара (u,v). **Ребра** называются **смежными**, если пары, соответствующие им, имеют общую вершину. **Ребро и вершина** называются **инцидентными**, если в паре, соответствующей данному ребру, имеется данная вершина.
3. Граф называется **ориентированным**, если множество E состоит из упорядоченных пар элементов множества V.

   Источник – это вершина, из которой ребра только выходят, **сток** – это вершина, в которую ребра только входят.
4. Примеры **множественного задания графа**.

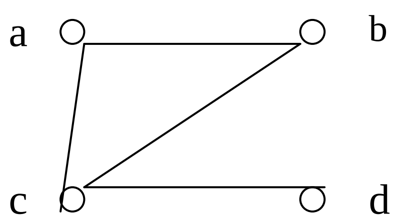
   а) Простой граф: V={a,b,c,d}, E={(a,b),(a,c),(b,c),{c,d)}

   б) Непростой граф с одной петлей: V={a,b,c,d}, E={(a,a),(a,b),(a,c),(b,c),(c,d)}

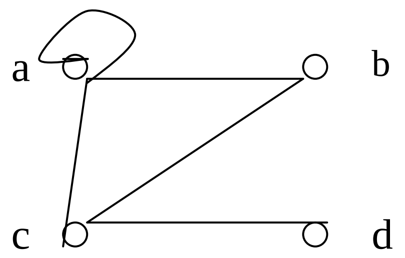
   в)Непростой граф с двумя кратными ребрами: V={a,b,c,d}, E={(a,b),(a,b),(a,c),(b,c),(c,d)}

   г) Ориентированный граф: V={a,b,c,d}, E={(a,b),(b,a),(a,c),(b,c),(c,d)}
5. **Геометрическое представление графов** из предыдущего пункта.

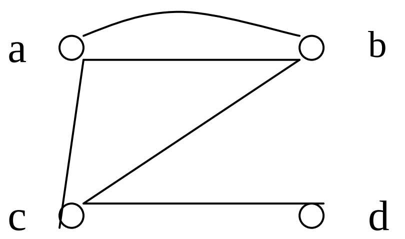
   а)



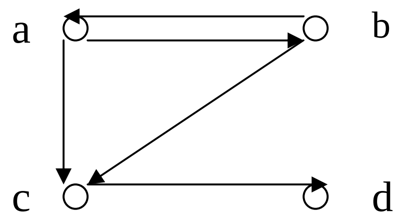
   б)



   в)



   г)



6. **Граф** называется **помеченным**, если каждой вершине присвоен порядковый номер, начиная с 1.

   Матрицей смежности называется матрица $A=(a_{ij})$, где a_{ij}= число ребер, инцидентных одновременно двум вершинам с номерами i и j.

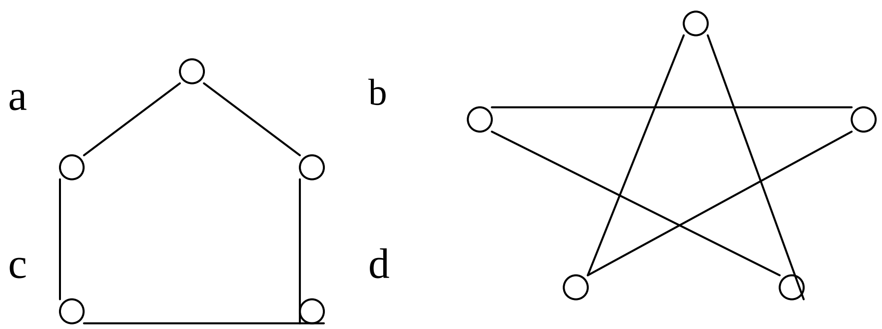
   Замечание. Для ориентированного графа a_{ij} = число ребер, выходящих из вершины с номером i и входящих в вершину с номером j.

   Приведем матрицы смежности для выше приведенных примеров, если номера присвоить в алфавитном порядке.

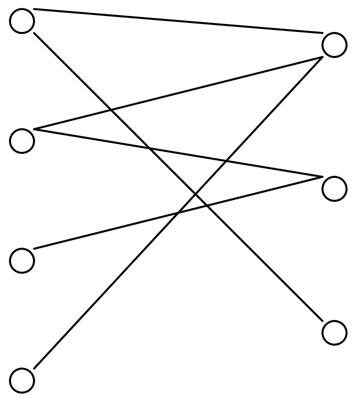
   а) б) в) г)

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

7. **Изоморфные графы**
   Если считать граф материальной системой точек (вершин), соединенных между собой эластичными (сжимаемыми и растягиваемыми) проводами, то изоморфными графами можно назвать такие две системы точек, что одна из них получается из другой за счет деформации другой.
   Пример. Граф, изображенный слева, изоморфен графу справа



8. **Маршрут** – это любая последовательность ребер, такая что каждое ее ребро, кроме последнего, имеет общую вершину с последующим ребром.
   Маршрут называется **цепью**, если все его ребра различны
   Маршрут называется **простой цепью**, если все его вершины, образующие ребра, различны, за исключением, может быть, начальной и конечной. Если начальная и конечная вершины совпадают, то цепь называется замкнутой.
   Цикл в графе – замкнутая цепь, содержащая по крайней мере одно ребро.
   Путь в ориентированном графе – это любая последовательность ребер графа, такая что вторая вершина любого ребра этой последовательности, кроме последнего ребра, совпадает с первой вершиной последующего ребра.
9. **Степенью вершины** называется число инцидентных с данной вершиной ребер (петля учитывается дважды). Граф называется регулярным степени k, если степень любой вершины равна k.
10. **Граф** называется **полным**, если любые две вершины этого графа смежны.
    Граф называется связным, если любые две вершины графа можно соединить маршрутом.
11. Граф называется **двудольным**, если множество его вершин можно разбить на два непересекающихся подмножества, так что любые две вершины каждого подмножества несмежны.

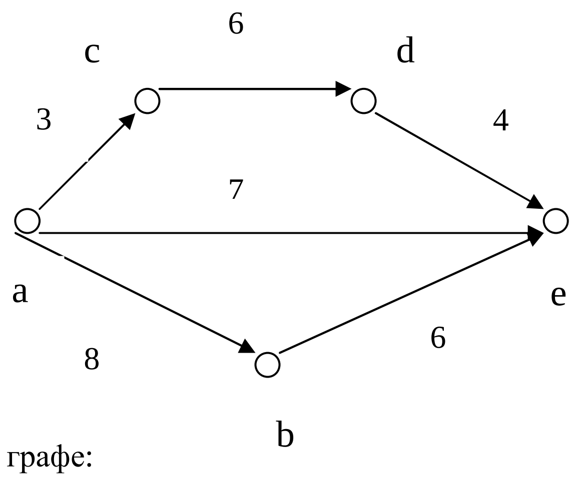


12. **Взвешенный граф** это граф, каждому ребру которого присвоен вес в виде некоторого числа.
13. **Сетевой график** – это ориентированный граф, описывающий последовательность выполняемых работ в рамках некоторого проекта (строительство дома, решение математической задачи типа вычисление поверхностного интеграла 2-го рода,…..)

    Сетевой график – это ориентированный, ацикличный (отсутствуют циклы), взвешенный граф, имеющий один источник и один сток.

    Полный путь в сетевом графике - это путь, соединяющий источник и сток.

    Критический путь в сетевом графике – это полный путь, имеющий максимальный суммарный вес всех ребер, входящих в него.



В этом графе:
1) a, b,c,d,e вершины (этапы работы),
2) числа над ребрами – веса ребер (длительность перехода от этапа к этапу,
3) a – исток, b – сток,
4) сетевой график имеет три полных пути: (a,c,d,e) , (a,e) , (a,b,e),
5) Критический путь: (a,b,e), его длина – 14.