

## Статистические свойства

1. Целостность
2. Открытость
3. Наличие состава
4. Структура

## Динамические свойства

1. Функциональность
2. Наличие структуры
3. Изменение состава и структуры
4. адаптация к изменениям в ср. среде

## Симметрические свойства

1. Экстенсивность
  2. неразделимость на части
  3. инерентность
  4. целостность
- Экстенсивность - об-во, в котором не обладают части системы, но обладает все система.

статистические  
динамические  
симметрические

ек

0  
1  
2  
3  
4  
5  
6  
7  
8  
9

10  
11  
12

13  
14  
15

16  
17  
18  
19

20  
21  
22  
23

24  
25  
26

- интернетность - это приспособленность к окружающей среде. Степень интернетности у всех разная.

- адаптация - изменение системы в связи с изменением окр. среды.

- целесообразность

3.10.13

задача №1

Задача 1

газовая плита была куплена за 800 руб.  
амортизация начисляется линейно  
и состав 15% в год от первоначальной  
стоимости

Найти:

а) ст-ть через 6 лет после начала  
эксплуатации

б) срок службы газовой плиты

Решение

а)  $P = 800$

$$n = \frac{15 \cdot 100}{800} = 120$$

$$v = p - at$$

$$v = 800 - 120t$$

$$a) \quad v = 800 - 120 \cdot 6$$

$$v = 80p$$

$$v = 0$$

$$b) \quad 0 = 800 - 120t$$

$$120t = 800$$

$$t = \frac{800}{120}$$

$$t = 6,64$$

$$\text{если } S = 50p, \text{ то } v = 800 - 120t$$

$$50 = 800 - 120t$$

$$120t = 800 - 50$$

$$120t = 750$$

$$t = \frac{750}{120} = 6,25$$

Задача 18.9

Уси:

Вас лимитации покупке за 800 руб

Амортизация начисляется ежегодно

по норме 15% в год от

модель  
амортизации

посл. ст-ти газовой широты  
(минимиз. израс.)

Найти: а) ст-ть газ широты через та

б) ст-ть широты через блет после мага  
на эквипотенциали.

в) срок пути газ широты, если е е оста  
возможе ст-ть = 50 руб/

Решение:

а) Р - первая ст-ть широты

б) ст-ть широты после 1 газа эквипотенциали  
 $P_1 = P - 0,15 \cdot P (1 - 0,15)^P$

Линейная модель издержек. (модель)  
Точка безубыточности.

ЛИНЕЙНАЯ  
МОДЕЛЬ  
ИЗДЕРЖЕК

Издержки -

Совокупные издержки (затрата)  $C(x)$

состоят из  $F$  шагаемых

$$C(x) = F + V(x)$$

$F$  - постоянные издержки. Входит:

амортизация, аренда помещений, з/п.

$V(x)$  - переменные издержки зависят от числа произведенных товаров

Входит: з/п, стоимость сырья.

Линейность модели означает

это  $V(x) = a \cdot x$ ,  $F = b$

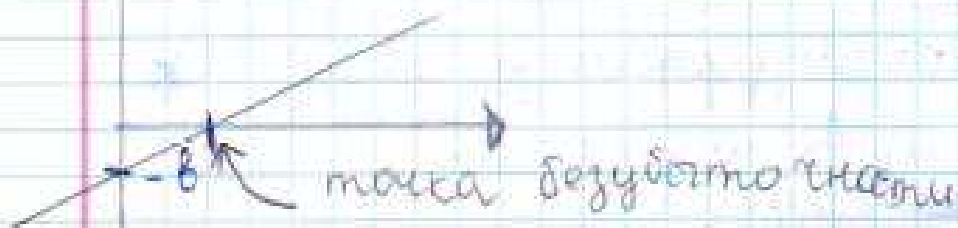
$$C(x) = b + a(x)$$

совокупный доход (выручка)

$$R(x) = px$$

Точка безубыточности - это кол-во

товаров, при кот  $R(x) = C(x)$



$$P(x) = R(x) - C(x)$$

$$P(x) = px - (b + ax)$$

$$P(x) = px - b - ax$$

$$P(x) = (p-a)x - b$$

$$y = kx + b$$

$$k = \operatorname{tg} \alpha$$

$\alpha$



$p$  - это цена одного (шт) товара

$a$  - это издержек где производится  
шт товара

Задача:

$p$  - это издержки пр-ва шин имеет  
 $\operatorname{tg} \alpha$

$$C(x) = 30x + 2100$$

Цена одной шина = 60 рублей

$$R(x) = 60x \Rightarrow P = 60, a = 30$$

Найти точку безубыточности  
нарисовать график.

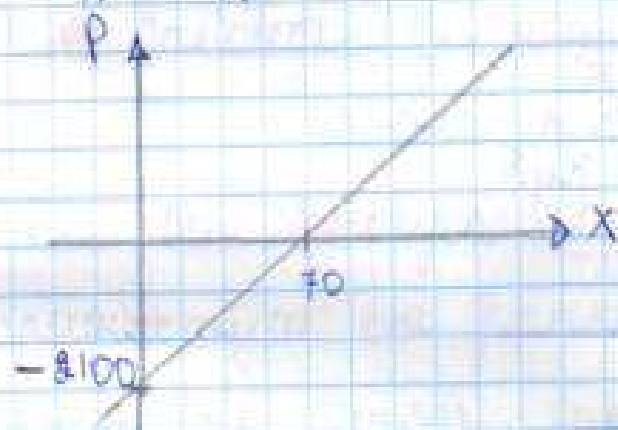
$$P(x) = 60x - 2100 - 30x$$

$$P(x) = 30x - 2100$$

$$P(x) = 0$$

$$30x = 2100$$

$$x = 70$$



Задача 2 (18.16)

14.10  
2013

Обувная фабрика продает туфли  
за 350 руб - пару. Издержки состав-  
ляют 63 тыс. руб - за 100 пар туфель  
и 60,45 тыс. руб - за 85 пар.

- а) найти точку безубыточности  
 б) сколько пар туфель фабрика должна произвести и продать, чтобы получить 10% дохода на денежно-вещные в фиксированные затраты.

Решение:

Описание системы:  
 (опишем состав и структуру)

$$C(x) = b + ax$$

$$C(100) = 63 \text{ тыс. руб.}$$

$$C(85) = 60,75 \text{ тыс. руб.}$$

$$\begin{cases} 63 = b + 100a \\ 60,75 = b + 85a \end{cases}$$

$$\underline{\underline{3,75 = 15a}}$$

$$a = 0,25$$

$$b = 63 - 100a$$

$$b = 63 - 25$$

$$b = 38$$

...  
 $C(x) = b + ax$

издержки

затраты



$$a) R = -0,35x \text{ (премиум дохода)}$$

$$P = 0,350x - 3R + 0,25x$$

$$P = 0,4x - 3R$$

$$x = 380$$

$$b) 3P = 0,350x$$

$$x = 10,85$$

$$x = 11$$

Ответ: а)  $x = 380$  б)  $x = 11$ .

### ● Закона спроса и предложения

17.10.13

(модель №3)

- Кол-во товара, которое покупатели приобретут на рынке зависит от цены на этот товар. Состоянием между ценой и количеством купленного товара наз. ф-ей или законом спроса.

$$P - P_1 = \frac{P_2 - P_1}{x_2 - x_1} (x - x_1)$$

закон  
спроса  
и  
предл.  
(модель №3)

• Спрос - это зависимость между ценой ( $P$ ) и кол-вом товара ( $Q$ ) кот. покупатели могут и желают купить по строго определенной цене в оп-ной промежуток времени.

• Предложение - это зависимость между количеством товара, который продавец хочет и может продать и ценой на этот товар.

Задача №1

Законы спроса и прел. на месот. т. определяются уравнениями:

$$P_s = -2x + 12$$

$$P_o = x + 3$$

а) найти точку рыночного равновесия

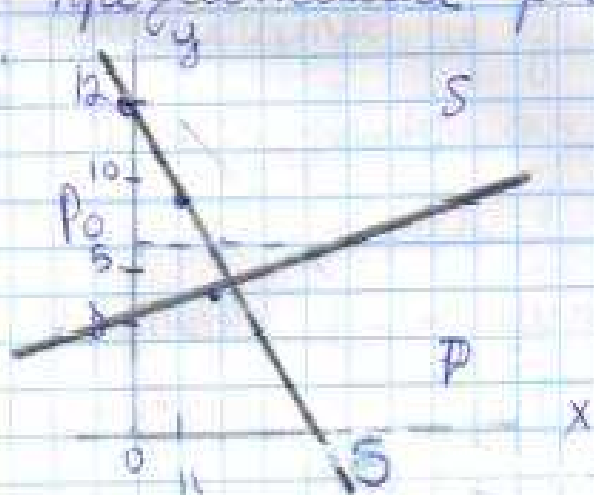
б) найти точку равновесия после введения налога  $= 3$ . Найти увеличение цены и уменьшение равновесного объема продаж

б) Какая субсидия приведет к увеличению объема продаж на 2 единицы.

в) Вводится пропорциональный налог = 20%. Найти новую точку равновесия и доход правительства.

г) Правительство установило новую мин. цену = 7. На сколько увеличится объем производства на рынке излишка.

• Экономическое равновесие - это точка, в кот. объем спроса и предложения равен.



$P_0$  - цена при экономическом равновесии

$y$	0	1
$y$	12	10
$x$	0	2
$y$	1	5

$D$  - линия спроса

$$- 2x + 12 = x + 3$$

$$- 2x - x = 3 - 12$$

$$- 3x = -9$$

$$x = -\frac{-9}{-3}$$

$$x = +3$$

$$p = 3 + 3 = 6$$

В задаче А рассмотрен случай  
когда  $P_s$  (цена спроса)  $P_s = P_D$

$P_D$  - цена предложения

• При введении налога  $t$  цена спроса  
становится больше цены предложе-  
ния на сумму  $t$

$$p - 3 = x + 3$$

$$p = x + 6$$

$$x + 6 = -2x + 12$$

$$3x = 6$$

$$x = 2$$

$$p = 6 ; x = 3$$

24.10.13

$$b) \begin{cases} S = P_0 - P_s \text{ (субсидия)} \\ t = P_s - P_0 \text{ (налог)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} P = -2x + 12 \\ P + S = x + 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} P = -2 \cdot 5 + 12 \\ P + S = 5 + 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} P = 2 \\ P + S = 8 \end{cases} \quad \begin{array}{l} 2 + S = 8 \\ \underline{S = 6} \end{array}$$

Ответ:  $S = 6$

2)

Увеличение и уменьшение чисел на %

B

1) Чтобы увеличить число  $x$  на  $p\%$   
нужно  $x \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)$

2) Чтобы уменьшить число  $x$  на  $p\%$   
нужно  $x \cdot \left(1 - \frac{p}{100}\right)$

$$2) P_3 = P_0 \cdot t, 2$$

$$P_0 = \frac{P_3}{1,2}$$

$$P_0 = p \cdot \frac{5}{6}$$

$$\begin{cases} p = -2x + 12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} p \cdot \frac{5}{6} = x + 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} p = -2x + 12 \\ (-2x + 12) \cdot \frac{5}{6} = x + 3 \end{cases}$$

$$p = -2x + 12$$

$$(-2x + 12) \cdot 5 = 6(x + 3)$$

$$-10x + 60 = 6x + 18$$

$$-10x - 6x = 18 - 60$$

$$-16x = -42$$

$$16x = 42$$

$$x = \frac{42}{16} = \frac{21}{8}$$

$$p = -2 \left( \frac{21}{8} \right) + 12$$

$$p = -\frac{21}{4} + 12$$

$$\boxed{\begin{matrix} p = \frac{27}{4} \\ x = \frac{21}{8} \end{matrix}}$$

Зауважено генер от продажни  $p \cdot x =$

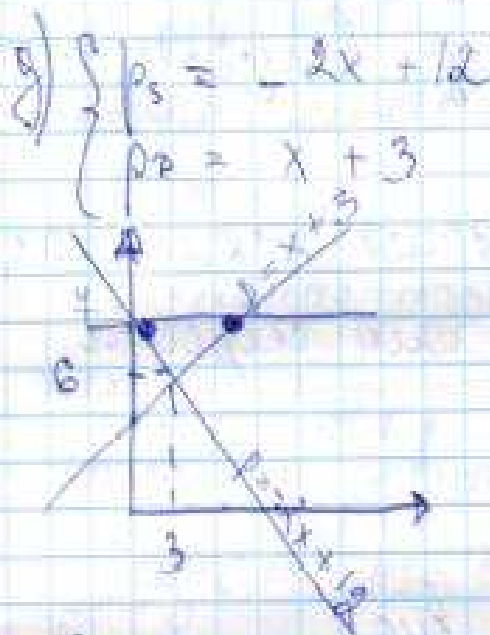
$$= \frac{27}{4} \cdot \frac{21}{8} = \frac{567}{32} = 17,718$$

$$P_0 = p \cdot \frac{5}{6} = \frac{9 \cdot 24}{4} \cdot \frac{5}{6} = \frac{45}{8}$$

$$\frac{24}{4} - \frac{45}{8} = \frac{54}{8} - \frac{45}{8} = \frac{9}{8}$$

Умножим уравнение на 8

$$\frac{9}{8} \cdot \frac{64}{8} = \frac{189}{64} = 2,95$$



$$\begin{cases} P = f \\ P = -2x + 12 \end{cases}$$

$$f = -2x + 12$$

$$2x = 12 - f$$

$$2x = 5$$

$$x = \frac{5}{2}$$

$$\begin{cases} p = 7 \\ p = x + 3 \end{cases}$$

$$7 = x + 3$$

$$x = 4$$

Умножим уравнов  $4 - 2,5 = 1,5$

Тогда получаем  $1,5 \cdot 7 = 10,5$

31.10.13

## ● Пределный анализ

Дана

$$y = y(x)$$

$$y'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} \Rightarrow y'(x_0) = \frac{dy}{dx}$$

Производные применяются в технике для получения так называемых предельных затрат, пред. выручки и пред. прибыли.

Словом предельной в этих терминах означает производную или скорость изменения.

Задача:  $K = 18,34$

Ф-я затрат имеет вид

$$C(x) = 0,04x^3 - 0,2x^2 + (0x + 8000)$$

Найти предельные затраты и показать их значение в точке  $x = 10$

решение:

$$C'(x) = 0,12x^2 - 0,4x + 10$$

Производная от ф-ли это скорость изменения ф-ли.



$$\Delta C \approx C'(x) \cdot \Delta x$$

Если  $\Delta x$  - приращение кол-ва произведенного товара, то плотность равна 1.

Пусть  $x = 10$  - кол-во товаров произведенных за промежуток. Как из

се издержки, если кол-во произведенного товара изменить в 10 единиц руб.

$$\Delta C \approx (110) \cdot 1 = 3 - 4 + 10 = 9 \text{ единиц.}$$

- Предельная издержка - это ее изменение издержек в любой момент пр-ва и равна  $C'x$ .

Задача № 1858

Ресторан рассчитан не более чем на 100 посетителей, при цене 120 руб за обед бывает 70 посетителей, а при цене 100 руб за обед число посетителей возрастает до 80. руб Фиксированное издержки приготовленные в обед составляют 900 руб - день, а

переменное 40 руб за обед.

Найти: ф-ю прибыли,  
предположив линейной зависимостью  
количеству посетителей и цене  
обеда. Какого max-ое значение при  
были.

Решение:

$N$  - число посетителей

$P$  - цена обеда

$$N = k \cdot P + b \quad k, b - \text{константы, зависящие от поиска}$$

$$120 = P$$

$$40 = N$$

$$P = 100$$

$$N = 50$$

$$\begin{cases} 40 = 120k + b \\ 80 = 100k + b \end{cases}$$

$$-10 = 20k \quad b = 130$$

$$k = -0,5$$

$$N = -95P + 130$$

Формула для издержек

$$C(N) = 900 + 40N$$

- Прибыль - это выручка - издержки

R - выручка

$$R = N \cdot P$$

Q - прибыль

$$Q = R - C(N)$$

$$Q = NP - 900 - 40N$$

$$Q = (-0,5P + 130)P - 900 - 40(-0,5P + 130)$$

$$Q = -0,5P^2 + 130P - 900 + 20P - 5200 =$$

$$= -0,5P^2 + 150P - 6100$$

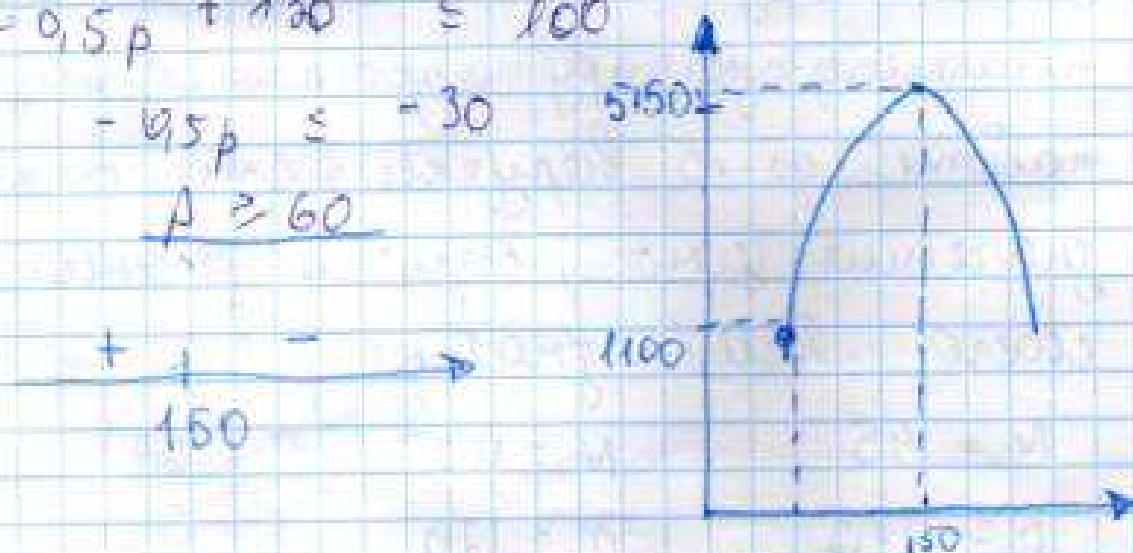
$$N = -95P + 130$$

$$N \leq 100$$

$$-0,5P + 130 \leq 100$$

$$-0,5P \leq -30$$

$$P \geq 60$$



$$Q(150) = -0,5 \cdot 22500 + 22500 - 6100 =$$
$$= 22500 \cdot 0,5 - 6100 = 11250 - 6100 = 5150$$

$$Q(60) = -0,5 \cdot 3600 - 150 \cdot 60 - 6100 =$$
$$= -0,5 \cdot 3600 + 9000 - 6100 = 2900 - 1800 =$$

Максимальный прибыль в 5150 рублей  
получается при цене на овец в 150р

7.11.13

Функции потребления и сбережений

$y$  - доход

$S(y)$  - сбережения

$c(y)$  - потребление

$y = c(y) + S(y)$  - формула дохода

$$C(y) = ky + b$$

$$S(y) = ay + d$$

$$\Delta y = \Delta C + \Delta S$$

разделим на  $\Delta y$ :

$$\frac{\Delta C}{\Delta y} + \frac{\Delta S}{\Delta y} \quad \Delta y \rightarrow 0$$

$$\lim_{y \rightarrow 0} \frac{\Delta C}{\Delta y} + \lim_{y \rightarrow 0} \frac{\Delta S}{\Delta y} = 1$$

$$c'(y) + s'(y) = 1$$

$c'(y)$  - предельная склонность к потреблению.

$s'(y)$  - предельная склонность к сбережению.

Задача:

Ф-я потребности некоторой страны имеет вид

$$C(y) = 7 + 0,24y + 0,36y^{\frac{4}{5}}, \text{ где}$$

$y$  - совокупный нац. доход

Найти:

а) предельную склонность к потребл.

б) предельную склонность к сбереж.

если нац. доход  $y = 243$  у.е.

Решение:

$$а) C'(y) = 7 + 0,24y + 0,36y^{\frac{4}{5}}$$

$$C'(y) = 0,24 + \frac{4}{5} \cdot 0,36y^{-\frac{1}{5}}$$

$$C'(y) = 0,24 + 0,288y^{-\frac{1}{5}}$$

$$0,24 + \frac{0,288}{\sqrt[5]{y}}$$

$$C'(y) + S'(y) = 1$$

$$б) S'(y) = 1 - 0,24 + \frac{0,288}{\sqrt[5]{y}}$$

$$S'(y) = 0,76 + \frac{0,288}{\sqrt[5]{y}}$$

$$y = 243$$

$$C'(243) = 0,24 + \frac{0,288}{\sqrt[5]{y}}$$

$$0,24 + \frac{0,249}{3} = 0,336$$

$$S'(243) = 1 - 0,336 = 0,664$$

$$C'(243) = 0,336$$

$$\lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{\Delta C}{\Delta y} = 0,336$$

$$S'(243) = 0,664$$

$$\frac{\Delta C}{\Delta y} \stackrel{\Delta y \rightarrow 0}{\approx} 0,336$$

$$\Delta C \approx 0,336 \Delta y$$

14.01.13 Фотограф заметил, что при цене 110 рублей

он реализует 45 наборов в день

Если повысить цену до 120 руб

то число наборов составит

до 40. Вспомогательными средствами

попытайтесь построить спрос и цену

найти до-по выручки, при каком

значении цены, выручка достигнет

своего max. значения?

$$N = 45$$

$$N = 40$$

$$p = 110$$

$$p = 120$$

$$N = k \cdot A + b$$

$$45 = 110k + b$$

$$40 = 120k + b$$

---

$$5 = -10k$$

$$k = -0,5$$

$$b = 45 - 110k = 45 + 55 = 100$$

$$R = (-0,5p + 100)/p = \frac{100 - 0,5p}{p}$$

$$R' = -p + 100$$

$$-p + 100 = 0$$

$$\text{Зад } p = 100$$



Вамти предельную выручку если  
заранее ур-е спроса и эластиче  
учет на некоем производстве

$$\sqrt{x} + 3p = 50$$

$$p = 10$$

$$\sqrt{x} = 50 - 3p$$

$$x = (50 - 3p)^2$$

$$R = xp$$



$$R = (50 - 3p^2)p$$

$$(UV)' = U'V + UV'$$

$$R' = 2(50 - 3p) \cdot (-3)p + (50 - 3p)^2$$

$$(50 - 3p)(-6p) + 50 - 3p =$$

$$= (50 - 3p)(50 - 9p)$$

$$R'(10) = 20(-40) = -800$$

$$\frac{\Delta R}{\Delta p} \approx \frac{\Delta R = -800 \Delta p}{\Delta p} = \pm \lim_{\Delta p \rightarrow 0} \frac{\Delta R}{\Delta p} = -800$$

$$\Delta p = -0,1$$

$$\Delta R = 80$$

14.11.93 A 20

### ● Издержки хранения.



Компаниям требуется произвести 1000 единиц некоторого товара в Издержки подготовки пр-ва единицы

партии составит 320 рублей.  
 Издержки при заказе составляют 8 рублей  
 за единицу продукции, а издержки на  
 хранение - три рубля за единицу.  
 Найти такое число единиц товара  
 партии  $x$ , при котором совокупные  
 издержки при заказе и хранении будут  
 минимальными.

Решение:

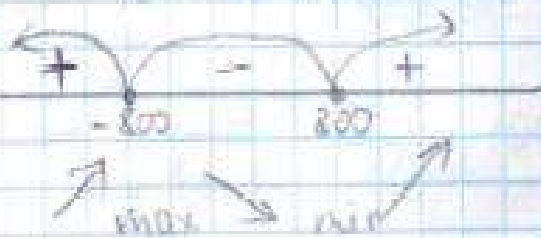
$$C(x) = \frac{1000}{x} \cdot 320 + 1000 \cdot 8 + \frac{x}{2} \cdot 3$$

$$C'(x) = -\frac{320000}{x^2} + \frac{3}{2}$$

$$-\frac{320000}{x^2} + \frac{3}{2} = 0$$

$$-\frac{640000}{x^2} + x^2 = 0$$

$$x = \pm 800$$



$$C(x) = \frac{320000}{x} + 8000 + \frac{x}{2}$$

$$c(x) = \frac{40 \cdot 32000}{800} + 8000 + \frac{800}{2} =$$

$$= 40 + 8000 + 400 = 8440$$

Задача 1.

Известно, что число туристов на склоне представляет собой равномерно распредел. величину на интервале от 0. Найти среднее значение (мат. ожид.) числа туристов на склоне.

Задача решена.

Равномерность данной вып. велич. уже следует из того что туристы забираются со склона с одинаковой скоростью.

Решение:

интервал  $(0; x)$



$$M(x) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx$$

$$M(x) = \int_{-\infty}^0 x \cdot 0 dx + \int_0^a x \frac{1}{a} dx + \int_a^{+\infty} x \cdot 0 dx$$

$$M(x) = \int_0^a x \frac{1}{a} dx =$$

$$= \frac{1}{a} \cdot \frac{x^2}{2} \Big|_0^a = \frac{a}{2}$$

### Эластичность

$$\frac{d}{dx} (\ln y) = \frac{1}{y} \frac{dy}{dx}$$

$$\eta = \lambda \frac{dy}{dx}$$

$$\frac{\Delta x}{x} \cdot 100\%$$

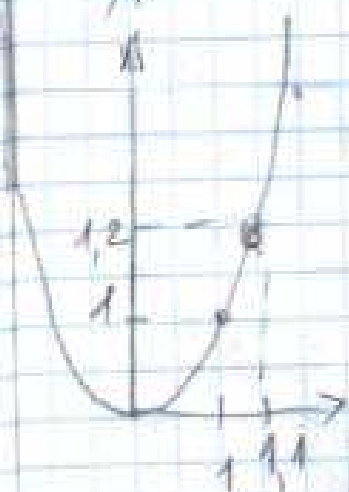
$$\frac{\Delta y}{y} \cdot 100\%$$

$$\Delta x = 0,1\%$$

$$\Delta y = 0,21\%$$

$$\frac{\Delta x}{x} \cdot 100\% = \frac{0,1}{1} \cdot 100\% = 10\%$$

$$\frac{\Delta y}{y} \cdot 100\% = \frac{0,21}{1} \cdot 100\% = 21\%$$



$$\eta \approx 21\% : 10\% = 2.1.$$

Эластичность - это коэффициент, который характеризует <sup>скорость</sup> ~~взаимному~~ <sup>взаимному</sup> изменению величины зависимой переменной по сравнению со ее изменением независимой переменной.

$$28.11.13 \quad \frac{\Delta y/x}{y/\Delta x} \rightarrow \frac{x dy}{y dx} = \eta$$

- Если  $\eta < -1$  - спрос эластичен
- Если  $-1 < \eta < 0$  - функции не эластичны
- Если  $\eta = -1$ , единичной эластичности.

$$\eta = \frac{\frac{d}{dx} (\ln y)}{\frac{d}{dx} (\ln x)}$$

$$x = x(p) ; R = x(p) \cdot p$$

$$\frac{dR}{dp} = \frac{d}{dp} (x \cdot p) = x + p \frac{dx}{dp} =$$

$$= x \left( 1 + \frac{p}{x} \frac{dx}{dp} \right) = x (1 + \eta)$$

- Если спрос эластичный,  $\eta < -1 \Rightarrow$   
 $\Rightarrow 1 + \eta < 0$ , следовательно  $\frac{dR}{dp} < 0$ ,  $R$  - убывает
- Если спрос неэластичен  $-1 < \eta < 0 \Rightarrow$   
 $\Rightarrow 1 + \eta > 0$ ,  $\frac{dR}{dp} > 0$ ,  $R$  - возрастает

Функция спроса имеет вид

$$p = \sqrt{3600 - x^2}$$

а) найти эластичность спроса в точке  $p = 50$

б) результат приблизительно процентное изменение спроса, если цена выросла на 1%

Решение:

$$a) \quad p = \sqrt{3600 - x^2}$$

$$p^2 = 3600 - x^2$$

$$x^2 = 3600 - p^2$$

$$x = \sqrt{3600 - p^2}$$

$$\eta = \frac{dx}{dp} \cdot \frac{p}{x} = \frac{dx}{dp} \cdot \frac{p}{\sqrt{3600 - p^2}}$$

$$x' = \frac{1}{2\sqrt{3000 - p^2}} \cdot (-2p) = \frac{-p}{\sqrt{3000 - p^2}}$$

$$\eta(50) = \frac{50}{\sqrt{3000 - 2500}} \cdot \frac{(-50)}{\sqrt{3000 - 2500}} =$$

$$= -\frac{2500}{1100} = -\frac{25}{11} = -2,27$$

$$\delta) \quad \frac{50 - 100}{x} = 11$$

$$x = \frac{50 \cdot 11}{100} = \frac{55}{10} = 5,5$$

$$\eta = \frac{\Delta y / y \cdot 100\%}{\Delta x / x \cdot 100\%}$$

$$-2,27 \approx \frac{\Delta y / y \cdot 100\%}{11\%}$$

$$\Delta y / y \cdot 100\% \approx 2,27 \cdot 11\% \approx 24,97\%$$

$$\text{Ответ: а) } -2,27 \\ \delta) -24,97\%$$

5.12.13

Максимизация доходов.

Три определившие максимизацию в  
ежегодного дохода сбора налогов  
нах-ая жестируем функцие

18.36

Закон спроса и предложения имеет следующий вид:

$$p = -3x + 12; \quad p = 2x + 2$$

Найти: величину <sup>налога t</sup> налога  $t$ , при кот  
будет максимален.

Решение:

$$P_c = -3x + 12$$

$$P_s = 2x + 2$$

$$P_c = P_s + t$$

$$-3x + 12 = 2x + 2 + t$$

$$t = 10 - 5x$$

$$(p \cdot x) \quad T = x \cdot t = x(10 - 5x) = 10x - 5x^2$$

$$T' = 10 - 10x = 0$$

$$x = 1$$

$$T'' = -10 < 0$$

$\rightarrow x = 1$  -  
точка  
максимума.

Теорема, достаточное условие точки

экстремума:

- Пусть  $x = x_0$ , критическая точка  
для функции  $y = f(x)$

макси  
мум  
точка



(точка наз. критической, если:  
- в этой точке производная либо  
равна нулю, либо не существует  
- в ост.  $f'(x_0) = 0$ .

Пусть  $f''(x_0) > 0$  ( $f''(x_0) < 0$ ).  
Тогда  $x = x_0$  - точка минимума,

продолжиме задачу:

$x = 1$  - точка (максимума)

если  $x = 1$ , то  $t = 10 - 5 = 5 \Rightarrow$

$\Rightarrow t = 5$  - доход будет max.

Задача №2

Найти значение налога на единицу товара, максимизирующее доход государства, если:

$$a) p = -3x + 124$$

$$p = 2x + 14$$

$$P_c = -3x + 124$$

$$P_s = 2x + 14$$

$$P_c = P_s + t$$

$$- 3x + 124 = 2x + 14 + t$$

$$\boxed{t = 5x - 110}$$

$$\pi = x t = x(5x - 110) = 5x^2 - 110x$$

$$\pi' = 10x - 110 = 0 \quad x = 11$$

$$\pi'' = 10 > 0$$

$x = 11$  - точка макс  
еще  $x = 11$  т.е.

$$t = 55 - 110 = 55$$

— Ответ: 55.

Определить субсидию гос. в.а., при  
которой потери гос. в.а. будут  
минимальными.

$$- 3x + 124 = 2x + 14 - S$$

$$\boxed{S = 5x - 110} \quad S - \text{субсидия}$$

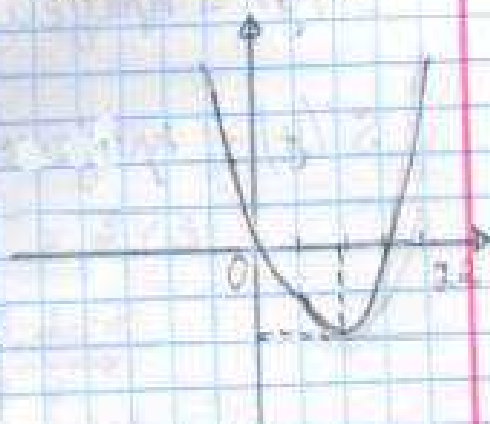
$$V = xS = x(110 + 5x) = -110x + 5x^2$$

$$V = 5x^2 - 110$$

$$V' = 10x - 110$$

$$x = 11$$

$$V = 55 \cdot 110 = -55$$



## Применение интегрального исчисления.

Интегрирование исп. во всех случаях функции спроса, прибыли

потребления, если известно соотношение ф-ии предельной издержек предельной прибыли. Для оценки произведенной постоянной интегрирования, необходимо дополнить условие

Если макс.-ая ф-ия издержек, и производятся то, что ее значение в точке  $X = 0$  (х-это цена произведенной продукции) равно значению фиксированных издержек а при определенном уровне продаж то, что ее значение в т.е.  $X = 0$  равно 0 (доход = 0, если продать ни одного изделия)

Задача:

$R'(x) = 20 - 0,04x$  - ф-я предельного дохода. Найти: ф-ю дохода закон спроса на продукцию

Решение:

$$R'(x) = 20 - 0,04x$$

$$R(x) = \int (20 - 0,04x) dx = 20x - 0,04 \frac{x^2}{2} + C =$$
$$= 20x - 0,02x^2 + C$$

$$R(0) = 0, \text{ следовательно } C = 0$$

$$R(x) = 20x - 0,02x^2$$

$$x \cdot p = 20x - 0,02x^2$$

$$p = 20 - 0,02x$$

$$R = x \cdot p$$

Задача 2

Ф-я предельных издержек имеет

$$\text{вид } c'(x) = 50 + 0,02x$$

а) Найти ф-ю издержек, если предельная издержка составляет 2500 рублей в месяц.

б) Какова издержка производства 250 изделий в месяц.

в) если продукция продается по цене 75 рублей за изделие, сколько нужно произвести и продать

179  
Этого прибыль тоже максимизируй.

Решаем:

$$a) C(x) = \int (50 + 0,02x) dx =$$

$$= 50x + 0,02 \frac{x^2}{2} + C$$

$$C(0) = 2500 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow C = 2500$$

$$C(x) = 50x + 0,01x^2 + 2500$$

$$b) 50 \cdot 250 + 0,01 \cdot 250^2 + 2500 =$$

$$= 2500 (5 + 0,25 + 1) =$$

$$= 2500 \cdot 6,25 = 25 \cdot 625 = 25^3 = 15625$$

$$b) p = 75$$

$$P = R - C = px - 50x - 0,01x^2 - 2500$$

$$= -0,01x^2 + 25x$$

$$C(x) = 50x + 0,01x^2 + 2500 = -0,01x^2$$

$$P' = 0,2x + 25 = 0$$

$$0,02x = 25$$

$$x = \frac{25}{0,02} = 1250$$



## Коэффициент неравномерности распределения дохода.

Рассмотрим функцию  $y = f(x)$ , где  $y$  это доля совокупного дохода, получаемая частью  $x$  наиболее низко отбавляемого населения.

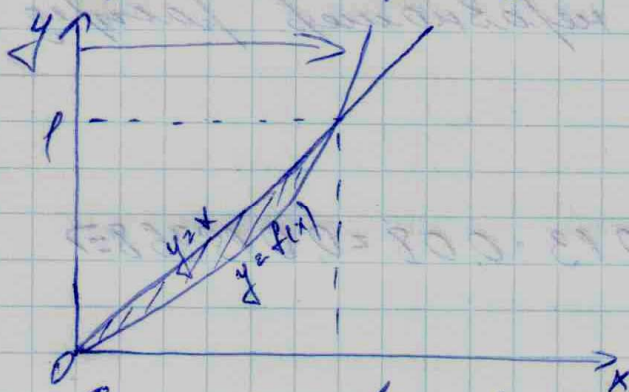
Пример:  $y(0,8) = 0,6$  означает, что 80% наиболее низко отбавляемого населения получат 60% совокупного дохода.

$$0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq 1; \quad y \leq x$$

$$y(0) = 0$$

$$y(1) = 1$$

Кривая Лоренца.



Если бы распределение доходов была совершенным, то 10% населения получали бы 10% совокупного дохода, 20% населения 20% дохода и т.д., тогда кривая распределения доходов была бы прямой  $y=x$ .

Отклонен. реального распредел. доход от идеального измер. отношением площади между прямой  $y=x$  и кривой Лоренца, ограниченной прямой  $y=x$ ,  $x=1$  и осью  $x$ , и называется коэф. неравномерности.

распредел. доходов.

Очевидно, что  $0 \leq L \leq 1$ . Значение  $L=0$  соответствует совершенному распределению доходов.

Задача 18.93

Распредел. дохода в некотор. стране  
определ. кривой Лоренца

$$a. y = 0,87x^2 + 0,13x$$

Найти: какую часть дохода получают  
8% наиболее низко располагаемого насел.



2. Вычислить коэффициент неравномер. распредел.  
совокупного дохода.

Решение:

$$1) y(0,08) = 0,87 \cdot 0,0064 + 0,13 \cdot 0,08 = 0,015968 \Rightarrow$$

8% получают 1,6%

$$2) \int_0^1 (x - 0,87x^2 - 0,13x) dx = \int_0^1 (0,87x - 0,87x^2) dx =$$
$$= 0,87 \int_0^1 (x - x^2) dx = 0,87 \left( \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^1 =$$

$$= 0,87 \cdot \frac{1}{6} = 0,145$$

$$L = 0,145 / \frac{1}{2} = 0,29$$