ГЛОССАРИЙ

Асимптота

Прямая называется асимптотой кривой, если расстояние от переменной точки М кривой до этой прямой при удалении точки М в бесконечность стремится к нулю.

Вектор

Вектор – это направленный отрезок.

Векторное произведение

Векторным произведением двух векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ называется вектор $\vec{c}$ такой, что:

1) длина вектора $\vec{c}$ равна произведению длин векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ на синус угла между ними,
2) вектор $\vec{c}$ перпендикулярен вектору $\vec{a}$ и вектору $\vec{b}$,
3) векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ образуют правую тройку векторов.

Градиент функции

Градиентом функции $u = u(x, y, z)$ в точке M называется вектор, координатами которого являются частные производные функции $u = u(x, y, z)$ в точке M, т.е. $grad\,u = \{u'_x, u'_y, u'_z\}$.

Дифференциал

Дифференциалом функции называется линейная часть приращения функции. Если f - дифференцируемая функция одной или нескольких переменных, то справедливо (для функций двух переменных) равенство

$$f(x_0+\Delta x; y_0+\Delta y) - f(x_0; y_0) = \left(\frac{\partial f}{\partial x}(x_0; y_0)\Delta x + \frac{\partial f}{\partial y}(x_0; y_0)\Delta y\right) + \alpha(\Delta x; \Delta y)\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$$

где $\alpha(\Delta x; \Delta y)$ величина, стремящаяся к 0 при приближении точки $(\Delta x; \Delta y)$ к точке $(0;0)$. Первое слагаемое в приведённой формуле и есть дифференциал. Дифференциал функции обозначают df и коротко записывают так: $df = f'(x)dx$ для функции одной переменной, $df = \frac{\partial f}{\partial x}dx + \frac{\partial f}{\partial y}dy + ...$ для функции двух и более переменных. Последняя формула называется также формулой *полного дифференциала*.

Дифференциальные уравнения первого порядка

Уравнение вида $F(x, y, y') = 0$, где x -независимая переменная; y -искомая функция; y' - ее производная, называется дифференциальным уравнением первого порядка.

Коллинеарные вектора

Вектора $\vec{a}$ и $\vec{b}$ называются коллинеарными, если они лежат на одной прямой или на параллельных прямых.

Компланарные вектора

Векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ $и$ $\vec{c}$ называются компланарными, если они лежат в одной плоскости или в параллельных плоскостях.

Локальный максимум функции

Значение $f(x_0)$ называется локальным максимумом функции $f(x)$ на (a,b), если существует окрестность $U(x_0)$ точки x_0 такая, что $U(x_0)\subset(a,b)$, и для всех $x\in U(x_0)\setminus\{x_0\}$ выполнено неравенство $f(x)< f(x_0)$.

Локальный минимум функции

Значение $f(x_0)$ называется локальным минимумом функции $f(x)$ на (a,b), если существует окрестность $U(x_0)$ точки x_0 такая, что $U(x_0)\subset(a,b)$, и для всех $x\in U(x_0)\setminus\{x_0\}$ выполнено неравенство $f(x)> f(x_0)$.

Локальный экстремум функции

Максимум или минимум функции $f(x)$ называется локальным экстремумом функции $f(x)$ на (a,b).

Матрица

Матрицей называется прямоугольная таблица чисел. Числа в этой таблице называются *элементами матрицы*. Если матрицу обозначают буквой A, то элемент матрицы стоящий в строке с номером i и столбце с номером j обычно обозначают a_{ij}. Например

$$A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{33} \end{pmatrix}$$

Неопределённый интеграл

Неопределённым интегралом функции называется на интервале называется множество первообразных функции на этом интервале. Все эти первообразные отличаются друг от друга на постоянную величину. Например

$$\int x^2dx=\frac{x^3}{3}+C \text{ на } (-\infty;+\infty) \text{ или } \int x^{-1}dx=\ln(-x)+C \text{ на } (-\infty;0).$$

Определитель матрицы

Определитель матрицы это число поставленное в соответствие каждой матрице имеющей одинаковое число строк и столбцов. Для матриц второго и третьего порядка это число можно найти по формулам

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}=ad-bc,\ \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix}=aei+bfg+cdh-afh-bdi-ceg$$

Первообразная

Функция, производная от которой равна данной функции в каждой точке интервала называется первообразной функции на интервале.

Производная

Производная функции в точке – это значение предела

$$f'(a)=\lim_{x\to a}\frac{f(a+\Delta x)-f(a)}{\Delta x}$$

Решение обыкновенного дифференциального уравнения

Решением обыкновенного дифференциального уравнения называется всякая функция $y = \varphi(x)$, которая, будучи подставлена в это уравнение, обратит его в тождество.

Система

Совокупность объектов, обладающая свойством эмерджентности.

Скалярное произведение

Скалярным произведением двух ненулевых векторов $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$ называется число $\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b}$, равное произведению длин этих векторов, помноженному на косинус угла φ между ними: $\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b} = |\boldsymbol{a}| \cdot |\boldsymbol{b}| \cos\varphi$. По определению $\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{0} = \boldsymbol{0} \cdot \boldsymbol{a} = 0$.

Смешанное произведение

Пусть $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}$ - векторы, а $\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}$ - векторное произведение векторов $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$. Смешанным произведением векторов $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}$ называется число, равное скалярному произведению вектора $\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}$ на вектор $\boldsymbol{c}$. Обозначение: $\boldsymbol{abc}$. Таким образом: $\boldsymbol{abc} = (\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}) \cdot \boldsymbol{c}$.

Точка перегиба

Точка перегиба кривой называется такая ее точка, которая отделяет участок выпуклости от участка вогнутости.

Частная производная по x

Частная производная по x для функции двух переменных f(x,y) называется функция

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x + \Delta x, y) - f(x, y)}{\Delta x}$$

Частная производная по y

Частная производная по x для функции двух переменных f(x,y) называется функция

$$\frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = \lim_{\Delta y \to 0} \frac{f(x, y + \Delta y) - f(x, y)}{\Delta y}$$

Эмерджентность

Свойство системы, возникающее только при объединении всех объектов системы.