

## УПРАЖНЕНИЯ

15.12. Построить граф состояний следующего случайного процесса: система состоит из двух автоматов по продаже газированной воды, каждый из которых в случайный момент времени может быть либо занятым, либо свободным.

15.13. Построить граф состояний системы  $S$ , представляющей электрическую лампочку, которая в случайный момент времени может быть либо включена, либо выключена, либо выведена из строя.

1. Поступление заявок на сервисную станцию представляет собой простейший поток событий. Среднее число заявок в час равно 3. Определить вероятность того, что в ближайшие полчаса не поступит ни одной заявки.
2. Поступление заявок на сервисную станцию представляет собой простейший поток событий. Десятую долю всего рабочего времени заявки отсутствуют. Найти среднее число заявок в час, поступающих на сервисную станцию.
3. Поступление заявок на сервисную станцию представляет собой простейший поток событий. Среднее время между двумя соседними заявками равно 20 мин. Найти вероятность того, что очередную заявку придется ждать менее 10 мин.
4. Поступление заявок на сервисную станцию представляет собой простейший поток событий. Среднее время между двумя соседними заявками равно 15 мин. Найти вероятность того, что очередную заявку придется ждать более 20 мин.
5. Поступление заявок на сервисную станцию представляет собой простейший поток событий. Среднее время между двумя соседними заявками равно 25 мин. Найти вероятность того, что очередную заявку придется ждать от 20 до 30 мин.

6. В результате наблюдений за интервалами времени (в мин.) между соседними заявками были получены следующие статистические данные:

$t_i$	20	30	40	50	60
$n_i$	20	10	8	7	5

- а) При помощи  $\chi^2$ -критерия Пирсона с уровнем значимости  $\alpha=0.05$  проверить гипотезу: данный поток заявок является простейшим.
- б) Найти среднее время между двумя соседними заявками.
- в) Найти среднее отклонение времени между двумя соседними заявками.
- г) Найти вероятность того, что в ближайшие 10 мин заявок не будет.
- д) Найти вероятность того, что в ближайшие 15 мин поступит хотя бы одна заявка.

7. Сервисная станция обслуживает 3 агрегата. Каждый день у станции на ремонте может находиться любое возможное количество агрегатов. Матрица вероятностей переходов для данной цепи Маркова имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1/4 & 1/4 & 1/4 & 1/4 \\ 1/2 & 1/6 & 1/6 & 1/6 \\ 1/6 & 1/6 & 1/2 & 1/6 \\ 1/3 & 2/9 & 2/9 & 2/9 \end{pmatrix}$$

В первый день работы все агрегаты в рабочем состоянии. Найти вероятность того, что на 3-ий день все агрегаты будут находиться в ремонте.

8. Сервисная станция обслуживает 3 агрегата. Каждый день у станции на ремонте может находиться любое возможное количество агрегатов. Матрица вероятностей переходов для данной цепи Маркова имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1/4 & 1/4 & 1/4 & 1/4 \\ 1/2 & 1/6 & 1/6 & 1/6 \\ 1/6 & 1/6 & 1/2 & 1/6 \\ 1/3 & 2/9 & 2/9 & 2/9 \end{pmatrix}$$

В начальный момент функционирования станции распределение вероятностей количества сломанных агрегатов следующее:  $(1/2, 1/4, 1/8, 1/8)$ .

Найти распределение вероятностей в конце второго дня.

9. Сервисная станция обслуживает 3 агрегата. Каждый день у станции на ремонте может находиться любое возможное количество агрегатов. Матрица вероятностей переходов для данной цепи Маркова имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1/4 & 1/4 & 1/4 & 1/4 \\ 1/2 & 1/6 & 1/6 & 1/6 \\ 1/6 & 1/6 & 1/2 & 1/6 \\ 1/3 & 2/9 & 2/9 & 2/9 \end{pmatrix}$$

Найти финальные вероятности всех возможных состояний системы.

10. Сервисная станция обслуживает 2 агрегата. Поток поломок 1-го агрегата – простейший с интенсивностью 0.4 (поломок /день). Поток поломок 2-го агрегата – простейший с интенсивностью 0.2. Поток отремонтированных агрегатов 1-го типа – простейший с интенсивностью 1. Поток отремонтированных агрегатов 2-го типа – простейший с интенсивностью 2. Найти параметры  $\lambda_k$  и  $\nu_k$  для данного процесса гибели и рождения.

11. Сервисная станция обслуживает 2 агрегата. Поток поломок 1-го агрегата – простейший с интенсивностью 0.4 (поломок /день). Поток поломок 2-го агрегата – простейший с интенсивностью 0.2. Поток отремонтированных агрегатов 1-го типа – простейший с интенсивностью 1. Поток отремонтированных агрегатов 2-го типа –

простейший с интенсивностью 2. Найти финальные вероятности для данного процесса гибели и рождения.

15.14. Найти предельные вероятности для систем  $S$ , граф которых изображен на рис. 15.10 и 15.11.

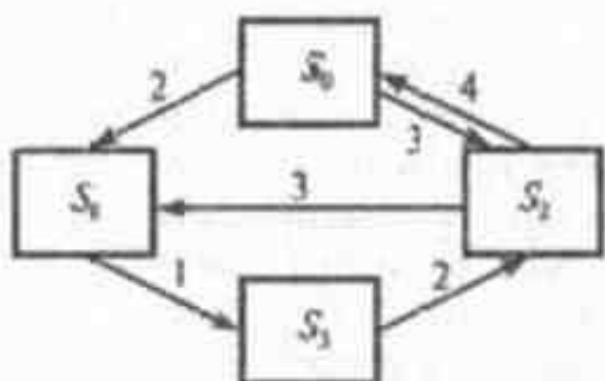


Рис. 15.10

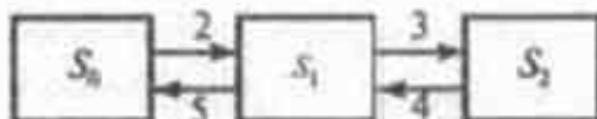


Рис. 15.11

15.15. Рассматривается круглосуточная работа пункта проведения профилактического осмотра автомашин с одним каналом (одной группой проведения осмотра). На осмотр и выявление дефектов каждой машины затрачивается в среднем 0,5 ч. На осмотр поступает в среднем 36 машин в сутки. Поток заявок и обслуживания — простейшие. Если машина, прибывшая в пункт осмотра, не застаёт ни одного канала свободным, она покидает пункт осмотра необслуженной. Определить вероятности состояний и характеристики обслуживания профилактического пункта осмотра.

15.16. Решить задачу 15.15 для случая  $n = 4$  канала (группы проведения осмотра). Найти число каналов, при котором относительная пропускная способность пункта осмотра будет не менее 0,9.

15.17. Анализируется работа междугородного переговорного пункта в небольшом городке. Пункт имеет один телефонный аппарат для переговоров. В среднем за сутки поступает 240 заявок на переговоры. Средняя длительность переговоров (с учетом вызова абонентов в другом городе) составляет 5 мин. Никаких ограничений на длину очереди нет. Поток заявок и обслуживания простейшие. Определить предельные вероятности состояний и характеристики обслуживания переговорного пункта в стационарном режиме.

15.18. Решить задачу 15.17 для случая  $n = 3$  телефонных аппаратов.

15.19–15.20. Решить задачи 15.15, 15.16 при условии, что машина, прибывшая на пункт осмотра, покидает этот пункт лишь в случае, если в очереди на осмотр стоит более 5 машин.

15.21–15.22. Решить задачи 15.17, 15.18 при условии, что длина очереди не должна превышать 60 чел.