сравнить, что проис-
ходит 1 ошибка в ме-
сяц, чем 2 ошибки в
месяц

n – 1 диагноз
A – ошибка
$n = 100$
p – не дано
$\lambda = 2$

$$P_{100}(1) = \frac{\lambda^1}{1!}e^{-2} = \frac{2}{e^2}$$
$$P_{100}(2) = \frac{2^2}{2!}e^{-2} = \frac{2}{e^2}$$

$$\lambda = np$$
$$p = \frac{\lambda}{n} = \frac{2}{100} = \frac{1}{50} < 0{,}1 \Rightarrow$$
$\Rightarrow$ поэтому мы использ. ф-лу Пуассона

29.03.06

1. Случайные величины

Случ-ой вел-ой наз. вел-на, кот. принимает своё значение при любом исходе эксперимента.

Примеры: 1. **X**-число годных транзисторов в схеме, состоящей из 3-ех транзисторов.
$X=0,1,2,3$

2. **Y**-число попыток для завода двигателя
$Y=1,2,3,4,\dots$

3. **T**- время опоздания на лекцию
$T\in[0;1,5]$

4. **S**- время горения лампочки
$S\in[0;+\infty)$

Случ-ые вел-ны дел-ся на 2 основных типа
1. Дискретные случайные величины.
2. Непрерывные случайные величины.

§2 Дискретная случайная вел-на

Опр.: Дискр. случ. вел-ой наз. случ. вел-на число возможных значений которой либо конечно, либо счетно (т.е можно занумеровать натур-ым рядом 1, 2, 3, 4, 5, 6, ...)

Любая дискретная случ. вел-на опред. своим рядом распределения, т.е табл. вида, где

x_i	x_1	x_2	...	...	...
p_i	p_1	p_2	...	...	...

в верхн. ряду располаг-ся все возможные знач. по возрастанию, в нижнем ряду распол. соответ-ствующие вер-ти.

Пример:

На связке 5 ключей, 1 из них подходит к замку. Человек, перебирая ключи, пытается открыть замок. Построить ряд распределения числа испытанных ключей

x_i	1	2	3	4	5
p_i	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$

x – число испытанных ключей

$P(x=1)=\frac{1}{5}$

$P(x=2)=\frac{4}{5}\cdot\frac{1}{4}=\frac{1}{5}$

......

Замечание: Ряд распределения часто наз. законом распределения

Задача:

В к/р 3 задачи, вероятность решить каждую из них = 0,3. Найти з-он распред-ия числа решенных задач.

Y – число решённых задач

y_i	0	1	2	3
p_i	0,343	0,441	0,189	0,027

Используем ф-лу Бернулли:

$P(Y=0)=P_3(0)=C_3^0\cdot 0,3^0\cdot 0,7^3=$
$=0,49\cdot 0,7=0,343$

$P(Y=1)=P_3(1)=C_3^1\cdot 0,3^1\cdot 0,7^2=$
$=3\cdot 0,3\cdot 0,49=0,441$

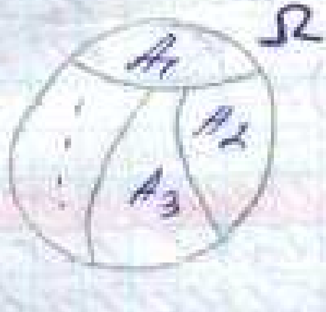
$P(Y=2)=P_3(2)=C_3^2\cdot 0,3^2\cdot 0,7=$
$=0,27\cdot 0,7=0,189$

$P(Y=3)=P_3(3)=C_3^3\cdot 0,3^3\cdot 0,7^0=$
$=0,027$

§3 Основные свойства ряда распределения

Теорема:

$\boxed{p_1+p_2+\ldots=1}$



Док-во:

$A_1=(X=x_1)$
$A_2=(X=x_2)$
$\vdots$

Из рис. видно, что A_1, A_2 образ. полную группу.

Из начала курса следует, что $P(A_1)+P(A_2)+\ldots=1 \Rightarrow p_1+p_2+\ldots=1$

Пример:

В урне 3 белых и 2 черных шара. Выбир. 2 шара. Сост. ряд распред. (среди) числа бел. шаров среди выбранных 2-ух.

x_i	0	1	2
p_i	$\frac{1}{10}$	$\frac{6}{10}$	$\frac{3}{10}$

x - число бел. шар.

$P(x=0)$:

Дано: 5 шаров = 3б + 2ч.
Выбор: 2ш. = 0б + 2ч

$p=\frac{m}{n}$ $n=C_5^2=\frac{5\cdot4}{2\cdot1}=10$

$m=C_3^0\cdot C_2^2=1$

$P(x=0)=\frac{1}{10}$

$P(x=1)$:

Дано: 5ш. = 3б. + 2ч.
Выбор: 2ш = 1б. + 1ч.

$p=\frac{m}{n}$ $n=C_5^2=10$

$m=C_3^1\cdot C_2^1=3\cdot2=6$

$P(x=1)=\frac{6}{10}$

Комментарий: Последн. ст. в табл. можно заполнить при помощи основного св-ва распред-ия, но такой сп. искл. вер-ти чреват ошибкой!!!

§4 Числовые хар-ки дискретных случайных велич-ин.

а) Сложение

Пример:

Брошено 2 монеты

x_1 - число гербов на 1-ой монете

x_2 - число гербов на 2-ой монете

x_1:

x_i	0	1
p_i	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

x_2:

x_i	0	1
p_i	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

x - число гербов на 2-ух монетах

$x = x_1 + x_2$

Составим ряд распределения св-ны x 2-мя способами:

1 способ:

x_i	0	1	2
p_i	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

$p(x=0) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

$p(x=1) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

$p(x=2) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

2 способ: (сложение 2-ух рядов распределения)

x_i	0+0	0+1	1+0	1+1
p_i	$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$

Комментарий:

к "0" добавлю вероятность значение 1-ой рядов "+" которое добав-ся знач. 2-ой рядов. При этом вероятн-ти соотв-ие перемножаются

x_i	0	1	1	2
p_i	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

x_i	0	1	2
p_i	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}+\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

Столбцы с одинак. величину знач-ями объед-ся в 1-ин столбец, при этом вероятн-ти соответств. ячейки, складываются.

x_i	0	1	2
p_i	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

б) Линейные случ. вел-ны

Перемножим 2-е случайные величины x_1 и x_2.

x_i	$0\cdot 0$	$0\cdot 1$	$1\cdot 0$	$1\cdot 1$
p_i	$\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}$

x_i	0	0	0	1
p_i	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

x_i	0	1
p_i	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$

в) Важные частные случаи.

$X =$

x_i	x_1	x_2	...
p_i	p_1	p_2	...

$C =$

x_i	C
p_i	1

– постоянная случ-ая вел-на

$X + C =$

x_i	x_1+c	x_2+c	...
p_i	p_1	p_2	...

$C \cdot X =$

x_i	$c\cdot x_1$	$c\cdot x_2$	...
p_i	p_1	p_2	...

22

$X^2 =$

x_i	x_1^2	x_2^2	...
p_i	p_1	p_2	...

Пример:

X:

x_i	-1	0	1
p_i	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$

X^2:

x_i	$(-1)^2$	0^2	1^2
p_i	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$

x_i	1	0	1
p_i	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$

X^2:

x_i	0	1	
p_i	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	

Замечание:

Слагаемое в сумме, множимое в произвед-ии $(X_1 \cdot X_2)$ при таких слу-чайных должны перес. собой независимые (друг от друга) случ. вел-ны.

§5 Математическое ожидание дискретной случайной вел-ны