Два события назыв. равновозможными, если появлений возможности этих событий одинаково

Обычно факт равновозможности событий предполагается

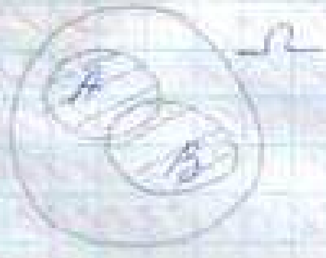
Пример:

Можно предполож., что элементарн. событ. $A_1, A_2, \ldots, A_6$ равновозм-ны т.к. будем считать что игральная кость симметрична.

11.02.0

§1 Сумма событий

Суммой двух событ A и B назыв. событие C, кот. наступ. в том случае, если произ. событие либо A либо B (либо только A, либо только B, либо A и B одновременно).



Пример:

И- сдана сессия

A- сдано 3 экзамена

B- сдано 2 экзамена

C=A+B сдано не менее 2 экзаменов

Ω - бросание игр. кости
A - выпало четное число очков
B - выпало нечетное число очков
$C = A + B = \Omega$

Замечание:
Обычно в задачах требуется обратное действие: разложить некот. событ. C на более простые события (неизвестные) A и B.
Если между событиями ставится союз **или**, это означает что события связываются знаком суммы.

Пример:

C - сдан хотя бы 1 экзамен
A_i - сдано ровно i экзаменов
$i = 0, 1, 2, 3$

$C = A_1 + A_2 + A_3$

§2 Произведение событий

Произвед. 2 событий A и B называ. событие C, кот. наступает в том и только в том случае если события A и B произош. одновременно

$C = A \cdot B$

Пример:

И – бросании игр. кости

A – выпало четное число очк.

B – число очков меньше < 3

$C = A\cdot B$ – выпало "2"

Замечание:

В задачи треб. разлож. некот. событие на более простые события или событ. соед. союзом „И" это означ. что эти услов. нужно ставить знак умножения.

Пример:

И – сдача сессии

M – сдача эк. по матем.

F – сдача эк. по физике.

H – сдача эк. по химии.

$A_3 = M\cdot F\cdot H$

$A_1 = M\cdot\bar{F}\cdot\bar{H} + \bar{M}\cdot F\cdot\bar{H} + \bar{M}\cdot\bar{F}\cdot H$

§3 Понятие вероятностей события.

Пусть И – испытание, A – событие этого испытания. Пусть испытание повторяется неограниченное число раз. N – раз. Пусть при этой попытке событие A произошло M раз, тогда опр. число $\omega_N(A) = M/N$ наз. относительной частотой события. (частость события)

Вероятностью события А будем называть число Р выражающее численную меру объективной возможности наступления события А в данных условиях.

1. $0 \le P \le 1$;
2. $P(\Omega)=1$; $P(\varnothing)=0$;
3. $P \approx \omega_n(A)$.

Замечание:

Из опред. следует, приближённый способ вычисления вероятности $P \approx \omega_n(A)$ называемое статистическим способом.

В различных ситуациях (испытаниях) используются разные методы вычисления вероятности.

§4 Классический способ вычисления вероятности.

Пусть n-испытание приводит к конечному числу n, равновозможных исходов, тогда вероятность любого события А, может быть вычислена по ф-ле:

$P(A)=\frac{m}{n}$ — число благоприятствующих событию А исходов $(m \le n)$

Пример:

В ящике 10 шаров 6 красных 4 белых, на удачу выбир. 1 шар. Какова вероятность, что этот шар белый.

Решение:

U – выбор одного шара

$n=10$ – общее число равновозможных исходов

$m=3$ – число благоприятствующих событию исходов

A – выбранный шар белый

$$P(A)=\frac{m}{n}=\frac{3}{10}=0,3$$

Пример:

Подбросим 2 игральные кости, какова вероятность, что сумма выпавших очков не больше 5.
(Не правильное решение)

$S=2,3,4,5,\dots,12.\Rightarrow \begin{matrix} n=11 \\ m=4 \end{matrix}$

$P=\frac{4}{11}=0{,}364=36{,}4\%$
– это не верный р-т

Полученные исходы не равновозможны $(S=2,3,\dots)$

$\{S=2\}=\{1\,1\}$

$\{S=3\}=\{12,21\}$

правильное решение:

11	21	31	61	41
12	22	32	62	
13	23	33	63	
14	24	34	64	
15	25	35	65	
16	26	36	66	46

$n=36$
$m=10$

В этом случае все исходы

можно считать равновозможными

$P = \frac{10}{36} \approx 0,278$

Задача

В некот. пруду выловили 100 рыб, пометили их и выпустили обратно, затем выловили ещё 100 рыб, среди них помеченными оказались 20. Опред-ить приблизительное кол-во рыб в пруду.

A – выловленная рыба помечена

N – общее число выловленных рыб

По классич. способу опред-ия вероятности следует, что вероятн. событ. A это есть

$$P(A) = \frac{100}{N}$$

$P(A) \approx$ относительной частоте появления событ.

$$P(A) \approx \omega_{100}(A) = \frac{20}{100}$$

$$\frac{100}{N} = \frac{20}{100} \qquad N = \frac{100 \cdot 100}{20} = 500$$

§5 Решение задачи на классический способ вычисления вероятности.

Задача

Студент выучил 15 вопросов из 20 возможных, на экзамене предлагается 3 вопроса, какова вероятность того, что он ответит на все три?

20в = 15у + 5н

выбор 3в = 3у + 0н

$P = \frac{m}{n}$ $n = C_{20}^{3} = \frac{20 \cdot 19 \cdot 18}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 5 \cdot 19 \cdot 20$

$m = C_{15}^{3} \cdot C_{5}^{0} = \frac{15 \cdot 14 \cdot 13}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 5 \cdot 7 \cdot 13$

$P = \frac{5 \cdot 7 \cdot 13}{5 \cdot 19 \cdot 12} = \frac{91}{228} = \underline{0{,}399}$

Задача

Из колоды 36 карт выбирают 2. Какова вероятность того, что среди них один хотя бы туз.

36к = 4т + 32от

выбор 2к = 1т + 1от

2т + 0от

$P = \frac{m}{n}$ $n = C_{36}^{2} = \frac{36 \cdot 35}{2 \cdot 1} = 18 \cdot 35$

$m = C_4^1 \cdot C_{32}^1 + C_{32}^0 \cdot C_4^2 = 4 \cdot 32 + 6 = 134$

$P = \frac{134}{18 \cdot 35} = \frac{67}{9 \cdot 35} = 0{,}213$

§7 Другие виды событий

Событие A назыв. благоприятств. событию B если при наступлении события A всегда наступ. событие B.

Пример: и-бросании костей

A – выпало „2"
B – выпало "четное кол-во очков

A благоприятств. событию B.
$(A \subset B,\ A \Rightarrow B)$

Событие назыв. составным, если сущ. событие отличное от данного благоприятств. данному

Пример: и-брос игр. кости

A – число очков ≤ 3 составная т.к. число очков 1 и 2 событие наз. элементар-ным если оно не мн. со-ставным (очень часто эле-мент событие наз. исходами)

Пример: и-бросание кости, A_i - число выпавших оч-ков равно i
$A_1; A_2; \dots; A_6$ - элемент. события

Два события наз. равнове-роятными если появление этих событий одинаково

Обычно фактором возможности событий пред-полагается

Пример: и-брос игр. кости можно предположить что элемент событие $A_1, A_2, \dots, A_6$ равновозможн-ые т.к. будем считать что игр. кость симметрична.

Геометрич-ий способ вычисления вер-ти одномерный случай.

01.03.06

1 Пусть некот. испыта-ние можно предста-вить как случайный выбор (.) на числ. лин. (a, b) пусть событ. a соответст. попаданию (.) в некот. отрезок $[\alpha, \beta] \subset (a, b)$