Комментарий: каждое слагаемое в сумме представляет собой относит-ую погрешность эмпирич-х и теоретич-х частот при выполнении гипотезы значение χ^2 не должно быть большим.

Критич-ой обл-ью для данного критерия будет правосторонняя обл-ть типа $(\text{кр}; +\infty)$ в математ-ой статистике вывод-ся закон случайной величины χ^2 плотн-ть распред-ия которого имеет следующий вид (рис. 1) и зависит от парам-ов n.

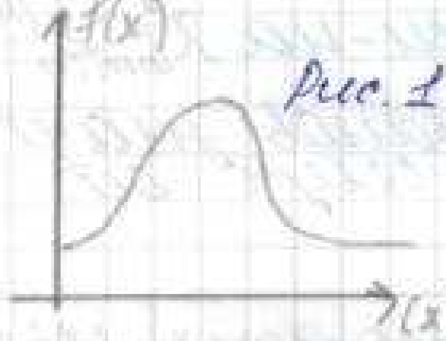

Рис. 1

В учебниках привод-ся табл. критич-х точек кр$(\alpha; \nu)$, где

α - уровень знач-сти критерии

$\nu = m - k - 1$; где m - число интервал.
k - число неизвестн. парам. в з-не распред-ия

8.4 Пример проверки гипотезы о нормальном распределении с уровнем значимости $\alpha = 0,05$

а) На основании внешнего вида гистограмм выдвигаем гипотезу о законе распределения наблюд-ых случ-ых величин.

$H_0: X \sim N(24,7; 2,4)$

$\bar{x}_B = 24,7$; $\sigma_B = 2,4$

$(24,7 - 7,2; 24,7 + 7,2) = (17,5; 31,9)$

$(\bar{x}_B - 3\sigma_B, \bar{x}_B + 3\sigma_B)$

б) Модификация интервального статистического ряда (укрупнение малочислен. интервалов $n_i < 5$, и замена крайних интервалов на полубесконечн.

$x_i \div x_{i+1}$	$-\infty \div 23$	$23 \div 25$	$25 \div 27$	$27 \div \infty$
n_i	9	9	6	6

в) Вычисление теоретич-х частот.

$$n_i' = n\left(\Phi\left(\frac{x_{i+1} - \bar{x}_B}{\sigma_B}\right) - \Phi\left(\frac{x_i - \bar{x}_B}{\sigma_B}\right)\right)$$

Комментарий: Вероятность попадания в интервал распред. по случ. велич.

$$P(x_i < x < x_{i+1}) = \Phi\left(\frac{x_{i+1} - \bar{x}_B}{\sigma_B}\right) - \Phi\left(\frac{x_i - \bar{x}_B}{\sigma_B}\right),$$

если $X \sim N(\bar{x}_B; \sigma_B)$ $p_i = P(x_i < x < x_{i+1})$

но $P(x_i < x < x_{i+1}) \approx w_i = \frac{n_i}{n}$

Если $H_0: X \sim P(\lambda_B)$, где $\lambda_B = \frac{1}{\bar{x}_B}$

$n_i' = n(e^{-\lambda_B x_i} - e^{-\lambda_B x_{i+1}})$

Если H_0 $X \sim R(a; b)$: $a = x_{min}$, $b = x_{max}$, тогда

$$n_i' = n\frac{x_{i+1}-x_i}{b-a}$$

$x \sim N(24,7;\, 2,4)$ $\quad n=30$

N	x_i	x_{i+1}	$y_i=\frac{x_i-\bar{x}_в}{\sigma_в}$	$y_{i+1}=\frac{x_{i+1}-\bar{x}_в}{\sigma_в}$ 2зн.	$\Phi(y_i)$	$\Phi(y_{i+1})$	$n_i'=np_i$
1	$-\infty$	23	$-\infty$	$-0,71$	$-0,5$	$-0,2611$	7,2
2	23	25	$-0,71$	0,13	$-0,2611$	0,0517	9,4
3	25	27	0,13	0,96	0,0517	0,3315	8,4
4	27	$+\infty$	0,96	$+\infty$	0,3315	0,5	5,1

2) Вычисление значения критерия

$$\chi^2_{набл.} = \sum_{i=1}^{4}\frac{(n_i-n_i')^2}{n_i'};$$

N	n_i	n_i'	$\frac{(n_i-n_i')^2}{n_i'}$
1	9	7,2	0,45
2	9	9,4	0,02
3	6	8,4	0,69
4	6	5,1	0,16

$\chi^2_{набл.} = 1,32$

3) Поиск критич-ой точки $\chi^2_{кр}(\alpha,\nu)$, $\alpha=0,05$ – ур-нь значимости критерия (вероят-ть ошибки 1-го рода)

ν – число степеней свободы критерия χ^2

$\nu = m - 2 - 1 = 4 - 2 - 1 = 1$

$\chi^2_{кр.} = 3{,}8$ по табл.

е) **Вывод:** $\chi^2_{набл.} < \chi^2_{кр.} \Rightarrow$ гипотеза не может быть принята

ж) Отклонение теоретич-ой кривой плотности распределения от гистограммы относительных частот.

Теоретическая плотн-сть распределения имеет вид:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_в} e^{-\frac{(x-\bar{x}_в)^2}{2\sigma_в}}$$

$\bar{x}_в = 24{,}7$; $\sigma_в = 2{,}4$ $h = 2$, $n = 30$

x_i^*	20	22	24	26	28	30
$w_i = \frac{n_i}{nh}$	0,033	0,117	0,150	0,1	0,05	0,05
$y_i = \frac{x_i^* - \bar{x}_в}{\sigma_в}$	-1,96	-1,13	-0,29	0,54	1,38	2,21
$\frac{\varphi(y_i)}{\sigma_в}$						

Восстанавливаем гисто-грамму.