$n = \cos\beta$ - направляющие
косинусы вектора и прям

3. Взаимное расположение прямых на плоскости

$l_1: A_1x + B_1y + C_1 = 0$, $y = k_1x + b_1$

$l_2: A_2x + B_2y + C_2 = 0$, $y = k_2x + b_2$

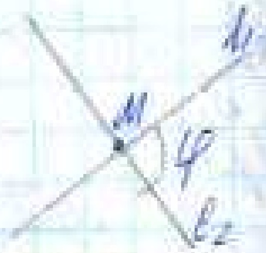
а) $l_1 = l_2 \Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2}$ или

$$\begin{cases} k_1 = k_2 \\ b_1 = b_2 \end{cases}$$

б) $l_1 \parallel l_2 \Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} \neq \frac{C_1}{C_2}$ или

$$\begin{cases} k_1 = k_2 \\ b_1 \neq b_2 \end{cases}$$

в) $l_1 \cap l_2 = M$



$\frac{A_1}{A_2} \neq \frac{B_1}{B_2}$ либо $k_1 \neq k_2$

Случай 1:

$l_1 \perp l_2 \Leftrightarrow A_1 \cdot A_2 + B_1 \cdot B_2 = 0$ или

$\Leftrightarrow k_1 \cdot k_2 = -1$

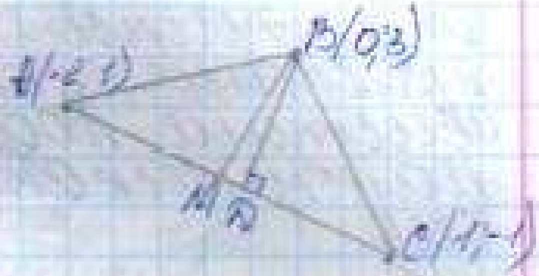
Случай 2: φ - острый угол

$$\cos\varphi = \frac{|\bar{n}_1 \cdot \bar{n}_2|}{|\bar{n}_1| \cdot |\bar{n}_2|} = \frac{|A_1 \cdot A_2 + B_1 \cdot B_2|}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2} \cdot \sqrt{A_2^2 + B_2^2}}$$

$tg\,\varphi = \left|\dfrac{k_1 - k_2}{1 + k_1 \cdot k_2}\right|$

Задача

Найти $\begin{cases} BM - \text{мед} \\ BD - \text{высоту} \end{cases}$



$tg\,\varphi - ?$

Решение:

$AC = \{3; -2\}$

1) M – середина $AC \Rightarrow M(-0{,}5;\ 0)$

2) Ур $BM = \dfrac{x+0{,}5}{0+0{,}5} = \dfrac{y-0}{3-0}$

$2x+1 = y/3 \qquad y = 6x+3$

3) Ур BD: $\quad AC = \{3; -2\} \perp BD$

$A(x-x_0) + B(y-y_0) = 0$

$B(0; 3) \qquad 3(x-0) - 2(y-3) = 0$

$3x - 2y + 6 = 0$

$2y = 3x+6 \qquad y = \frac{3}{2}x + 3 \quad k_1 = 6 \quad k_2 = \frac{3}{2}$

$tg\,\varphi = \left|\dfrac{6 - \frac{3}{2}}{1 + 6 \cdot \frac{3}{2}}\right| = \dfrac{\frac{9}{2}}{10} = \dfrac{9}{20}$

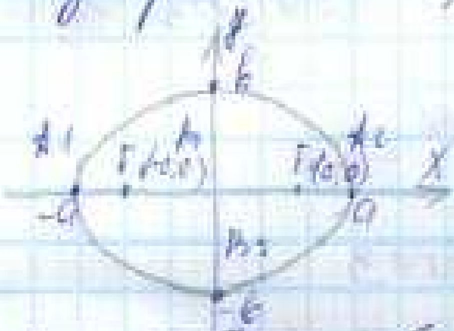
Кривые 2-го порядка

1. Эллипс:

Опр: эллипсом называется кривая уравнение которой в некоторой системе координат называемой канонической имеет следующий вид

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1 \quad (a>b)$$

а) Изображение, основные понятия



A_1A_2 либо $2a$ наз-ся большая ось

B_1B_2 либо $2b$ малая ось

OA_2 либо a – большая полуось

OB_2 либо b – малая полуось

A_1, A_2, B_1, B_2 – вершины эллипса

$F_1(-c;0)$ $F_2(c;0)$, где $c=\sqrt{a^2-b^2}$ – это фокусы

б) Свойства

1) Сумма расстояний от любой точки эллипса до фокусов равна $2a$

2) Опр: эксцентриситетом эллипса наз-ся величина

$$\varepsilon=\frac{c}{a} \quad 0<\varepsilon<1$$

Пусть $b \to a \Rightarrow c \to 0 \Rightarrow e \to 0$

Пусть $e \to 1 \Rightarrow b \to 0 \Rightarrow$ эллипс преобразуется в отрезок

3) Опр: расстояние от точки эллипса до фокусов наз-ся фокальными радиусами и равна

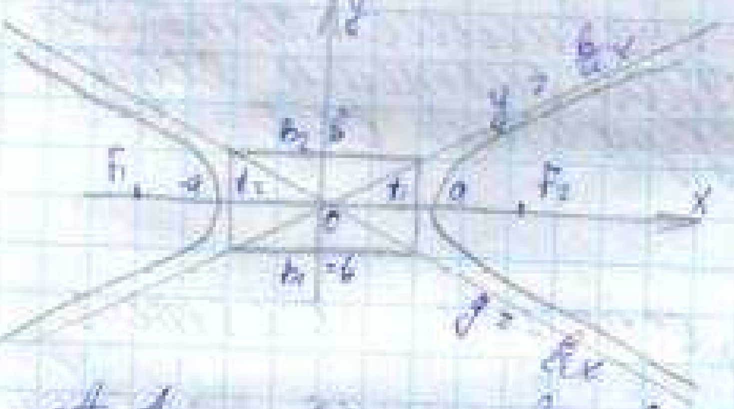
$r_{лев} = a + ex$ $r_{прав} = a - ex$, где x - абсцисса точки эллипса

2. Гипербола

Опр: Гиперболой наз-ся кривая ур-е которой в некоторой системе координат называется канонической имеет следующий вид

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

а) Изображение, основные понятия



$A_1 A_2$ - действит. вершины

$B_1 B_2$ - мнимые вершины

$A_1 A_2$ или $2a$ - действительная ось

$B_1 B_2$ или $2b$ - мнимая ось

OA_2 или a - действит. полуось

OB_2 или b - мнимая полуось

$F_1(-c;0)$ $F_2(c;0)$ где $c=\sqrt{a^2+b^2}$

б) Свойства:

1) модуль разности расстояний от любой точки гиперболы до фокусов всегда равен $2a$

2) Опр: $\varepsilon = \frac{c}{a}$ $\varepsilon > 1$

$\varepsilon \to 1 \Rightarrow b \to 0$

$\varepsilon \to 1 \Rightarrow b \to \infty$

Гипербола превращается в две вертикальные || прямые

3) Расстояния от т. гиперболы до фокусов наз-ся фокальными радиусами и равны

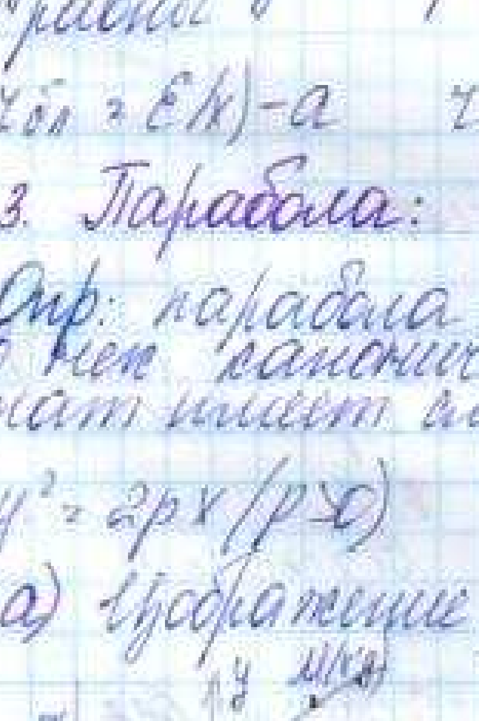
$r_{\text{бл}} = \varepsilon|x| - a$ $r_{\text{д}} = \varepsilon|x| + a$

3. Парабола:

Опр: парабола - уравнение которой в нек. канонической системе координат имеет следующий вид

$y^2 = 2px$ $(p>0)$

а) Изображение, основные понятия



О - вершина параболы

$x = -\frac{p}{2}$ - директриса параболы

$F(\frac{p}{2};0)$ - фокус

б) Свойства

1) Любая точка параболы равноудалена от директрисы и фокуса

2) Расстояние от точки параболы до фокуса наз-ся фокальным радиусом, который равен

$r = x + \frac{p}{2}$, где x - абсцисса точки M

Аналитическая геометрия в пространстве 1.11.12

1. Общее уравнение плоскости

$M \in \pi \Leftrightarrow \overline{M_0M} \perp \overline{n} \Leftrightarrow$

$\overline{M_0M} \cdot \overline{n} = 0$

$\overline{M_0M} = \{x-x_0; y-y_0; z-z_0\} \Leftrightarrow Ax+By+Cz+D=0$, где $D = -Ax_0 - By_0 - Cz_0$

Опр: уравнение $Ax+By+Cz+D=0$ наз-ся общим уравнением плоскости.

Замечание:

1) Любое уравнение вида $Ax+By+Cz+D=0$ является уравнением некоторой плоскости $\perp \overline{n}\{A;B;C\}$

2) Уравнение плоскости проходящей через точку $M_0(x_0;y_0;z_0) \perp \overline{n}\{A;B;C\}$ имеет вид

$$\boxed{A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0}$$