Операции над графами

Объединением графов $G_1 = \langle V_1, E_1 \rangle$ и $G_2 = \langle V_2, E_2 \rangle$ называется граф $G_1 \cup G_2 = \langle V_1 \cup V_2, E_1 \cup E_2 \rangle$. Объединение графов — *дизъюнктное*, если объединяемые графы не имеют общих вершин: $V_1 \cap V_2 = \varnothing$. Очевидно, что операция объединения графов ассоциативна; поэтому употребление записей вида $G_1 \cup G_2 \cup G_3$ или $\cup_i G_i$ не будет приводить к недоразумениям.

Соединение графов $G_1 = \langle V_1, E_1 \rangle$ и $G_2 = \langle V_2, E_2 \rangle$ — граф $G_1 + G_2$, который получается из дизъюнктного объединения графов $G_1 \cup G_2$ добавлением всевозможных ребер вида $v_1 v_2$, где $v_1 \in V_1$, $v_2 \in V_2$. Например, $N_n + N_m = K_{n,m}$. *Дополнением* к простому графу $G = \langle V, E \rangle$ называют граф $\overline{G} = \langle V, \overline{E} \rangle$, в котором множество вершин совпадает с множеством вершин исходного графа G, и вершины смежны тогда и только тогда, когда они не смежны в графе G. Например, $\overline{N}_n = K_n$, $\overline{K}_n = N_n$. Несложно видеть, что дополнение к дополнению G совпадает с G : $\overline{\overline{G}} = G$. Если граф G с n вершинами рассматривать как подграф полного графа K_n, то можно сказать, что граф $\overline{G}$ получается из K_n выбрасыванием ребер графа G. Отметим также, что дополнение к регулярному графу есть регулярный граф.

Граф называется *связным*, если его нельзя представить в виде дизъюнктного объединения двух графов и *несвязным* в противном случае. Любой граф можно представить в виде дизъюнктного объединения связных графов, каждый из которых называют *компонентой связности* исходного графа. На рис. 10 граф G_2 — связный, граф G_1 — несвязный (содержит 3 компоненты связности).

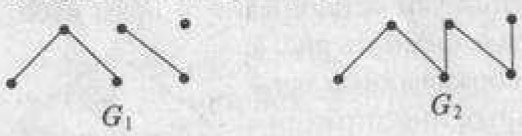

Рис. 10

Циклический граф — это связный регулярный граф степени 2. Циклический граф порядка n обозначают C_n. Граф

$$W_n = N_1 + C_{n-1} \quad (n \geqslant 3)$$

называют *колесом*. Примеры циклического графа и колеса — на рис. 11.

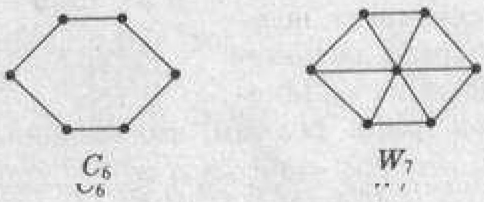

Рис. 11