

Реберным графом $L(G)$ графа G называется граф, множество вершин которого находится во взаимно однозначном соответствии с множеством ребер G , причем две вершины в $L(G)$ смежны тогда и только тогда, когда смежны соответствующие им ребра графа G . Примеры реберных графов см. на рис. 7, где ребра графов G, G_1, G_2 помечены теми же номерами, которые имеют соответствующие им вершины реберных графов. Очевидно, что из изоморфности графов

⁴⁾ Матрица перестановок — матрица, в каждой строке и каждом столбце которой находится ровно по одной единице, а остальные элементы нули.

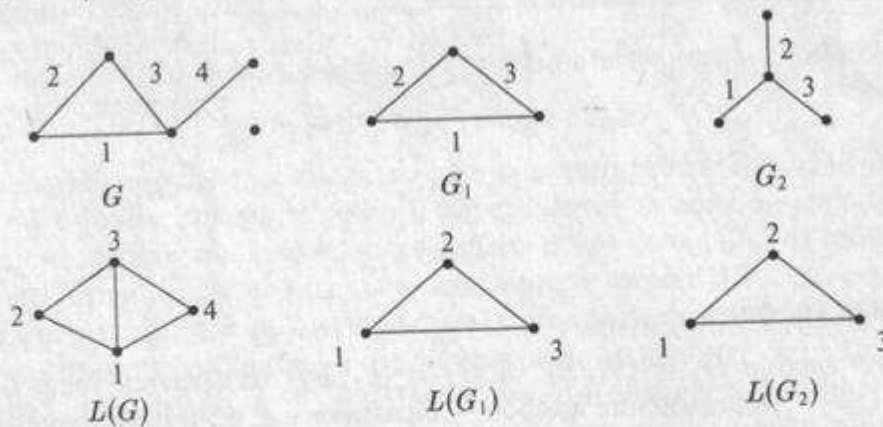


Рис. 7

вытекает изоморфность их реберных графов. Обратное, вообще говоря, неверно (см. примеры)⁵⁾.

Граф, в котором нет ребер, называют *пустым*. Пустой граф порядка n будем обозначать N_n . Все вершины пустого графа являются изолированными.

Простой граф, в котором любые две вершины смежны, называют *полным*. Обозначение полного графа порядка n : K_n . Число ребер в K_n равно

$$C_n^2 = \frac{n(n-1)}{2}.$$

Граф называется *регулярным степени r* , если степени всех его вершин равны r . Графы K_n и N_n являются регулярными, их степени соответственно $n - 1$ и 0. Регулярный граф степени 3 называют *кубическим*. В частности, кубическим будет граф, вершины и ребра которого соответствуют вершинам и ребрам куба. Кубическим является и *граф Петерсена*, изображенный на рис. 8.

Платоновыми графами называют графы, образованные вершинами и ребрами платоновых тел — правильных многогранников. Все они являются регулярными.

Граф называется *двудольным*, если множество его вершин V представимо в виде объединения двух непересекающихся непустых множеств V_1 и V_2 , и при этом каждое ребро графа соединяет какую-либо вершину из V_1 с какой-либо вершиной из V_2 . Множества вершин V_1 и V_2 будем называть *долями* графа. Заметим, что вершины двудольного графа можно «раскрасить»⁶⁾ в два цвета так, что каждое ребро будет иметь концы разного цвета (вершины одного цвета будут при этом составлять одну долю). *Полным двудольным графом $K_{n,m}$* называется двудольный граф, в котором доли имеют соответственно n и m вершин, и любые две вершины, входящие в разные доли, смежны. $K_{n,m}$ содержит nm ребер. *Звездным* называют граф $K_{1,n}$. В нем n висячих вершин и одна вершина степени n . На рис. 9 изображены двудольные графы.

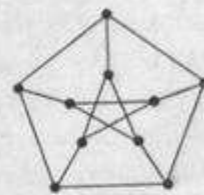
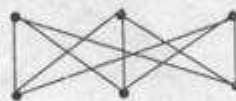


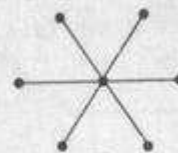
Рис. 8

⁵⁾ Оказывается, что приведенный контрпример является единственным исключением: из связных графов только G_1 и G_2 , будучи неизоморфными, имеют изоморфные реберные графы.

⁶⁾ То есть каждой вершине приписать некоторый цвет.



$K_{3,3}$



$K_{1,6}$

Рис. 9